Notwendiges Grundwissen am Ende der Klasse 6
für den Übergang in Klasse 7

1. Verbindliche Ziele:

1. **Zahlbereiche / Größen:** Bruchrechnung und Prozentrechnung, z.B.:
   - Grundaufgaben der Bruchrechnung
   - Ordnen und Vergleichen
   - endliche und periodische Dezimalbrüche
   - Rechnen mit gewöhnlichen Brüchen und Dezimalbrüchen
   - Prozentbegriff, Umwandlung Bruch – Dezimalbruch – Prozentschreibweise
   - Grundaufgaben der Prozentrechnung

2. **Geometrie**, z.B.:
   - Bewegungen und Symmetrien
   - Winkel an Geradenkreuzungen, Winkelsummensätze
   - geometrische Grundkonstruktionen am Dreieck
   - Flächeninhalt und Umfang von Dreiecken und Vierecken

3. **Stochastik**:
   - Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung
   - Ereignisse bei ein- bzw. mehrstufigen Zufallsversuchen

2. Beispielaufgaben:

Zu 1: **Brüche und Grundaufgaben**

Brüche können Anteile beschreiben. Ein Bruch kann aber auch als Rechenanweisung oder als Quotient zweier natürlicher Zahlen aufgefasst werden.

Der Zusammenhang $\text{Ganzes} \xrightarrow{\cdot \text{Anteil}} \text{Bruchteil}$ ist verinnerlicht und ermöglicht das sichere Lösen der drei *Grundaufgaben der Bruchrechnung*:

Berechnung des *Bruchteils:* $\text{Bruchteil} = \text{Ganzes} \cdot \text{Anteil}$, z.B.:

Berechne $\frac{6}{7}$ von 56: $\frac{6}{7}$ von $56 = \frac{6}{7} \cdot 56 = \underline{\underline{48}}$

Berechnung des *Ganzen:* $\text{Ganzes} = \text{Bruchteil} : \text{Anteil}$, z.B.:

$\frac{7}{5}$ von x = 350 kg $x = 350\,\text{kg} : \frac{7}{5} = 350\,\text{kg} \cdot \frac{5}{7} = \underline{\underline{250\,\text{kg}}}$

Berechnung des *Anteils:* $\text{Anteil} = \frac{\text{Bruchteil}}{\text{Ganzes}}$, z.B.:

Bernd möchte sich für 300 € ein Fahrrad kaufen. 275 € hat er bereits gespart. Welcher Anteil des Preises fehlt ihm noch?

300 € - 275 € = 25 €

$\frac{25\,€}{300\,€} = \frac{1}{12}$ Bernd muss noch $\frac{1}{12}$ des Preises sparen.

Die Grundaufgaben können auch mit Hilfe von *Pfeilbildern* gelöst werden.

Ordnen und Vergleichen

Mit Hilfe von *Erweitern* und *Kürzen* können Brüche verglichen und geordnet werden, z.B.:

$\frac{7}{9} > \frac{8}{12}$, denn $\frac{8}{12} = \frac{2}{3} = \frac{6}{9}$ und $\frac{7}{9} > \frac{6}{9}$, da $7 > 6$

Dezimalbrüche werden stellenweise verglichen, z.B.:

$2{,}\mathbf{7}1 > 2{,}\mathbf{6}99$, da 7 > 6

$0{,}35 < \frac{9}{25}$, denn $\frac{9}{25} = \frac{36}{100} = 0{,}36$ und $0{,}3\mathbf{5} < 0{,}3\mathbf{6}$.

Dezimalbrüche

Dezimalbrüche können als *Zehnerbrüche* geschrieben und anschließend gekürzt werden, z.B.:

$0{,}475 = \frac{475}{1000} = \frac{19}{40}$

Gewöhnliche Brüche kann man entweder durch Erweitern und Kürzen in Zehnerbrüche überführen und dann umwandeln oder man erhält den Dezimalbruch durch *Division* des Zählers durch den Nenner. Tritt bei der schriftlichen Division ein Rest erneut auf, so liegt ein *periodischer Dezimalbruch* vor, z.B.:

$\frac{9}{25} = \frac{36}{100} = 0{,}36$ $\qquad \frac{27}{11} = 27 : 11 = 2{,}454 \ldots = 2{,}\overline{45}$

$$\begin{array}{l}
\underline{22} \\
\;\mathbf{5}0 \\
\;\underline{44} \\
\quad 60 \\
\quad \underline{55} \\
\qquad \mathbf{5}0 \\
\qquad \underline{44} \\
\qquad\; \ldots
\end{array}$$

Rechnen mit Brüchen und Dezimalbrüchen

Die Grundrechenarten werden sicher beherrscht und können auch auf komplexere Terme angewandt werden, z.B.:

$$5\frac{1}{9} + \left(1\frac{1}{8} + \frac{5}{9}\right) = \left(5\frac{1}{9} + \frac{5}{9}\right) + 1\frac{1}{8} = 5\frac{6}{9} + 1\frac{1}{8} = 5\frac{2}{3} + 1\frac{1}{8} = 5\frac{16}{24} + 1\frac{3}{24} = \underline{\underline{6\frac{19}{24}}}$$

$$\frac{4\frac{1}{2} \cdot 5\frac{1}{6}}{7\frac{1}{2} \cdot 4\frac{1}{6} - 8} = \frac{\frac{9}{2} \cdot \frac{31}{6}}{\frac{15}{2} \cdot \frac{25}{6} - 8} = \frac{\frac{93}{4}}{\frac{125}{4} - \frac{32}{4}} = \frac{93}{4} : \frac{93}{4} = \frac{93}{4} \cdot \frac{4}{93} = \underline{\underline{1}}$$

Anwendung der Bruchrechnung beim Lösen von Gleichungen, z.B.:

Bestimme die Lösungsmenge:

$\frac{x}{13} : 9 = \frac{1}{39}$ $\qquad L = \{3\}$, denn $\frac{3}{13} : 9 = \frac{3}{13} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{39}$

$\left(a + \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{4}{9} = \frac{2}{3}$

$$a \xrightarrow{+\frac{1}{4}} a + \frac{1}{4} \xrightarrow{\cdot\frac{4}{9}} \frac{2}{3}$$

$$\underline{\underline{1\frac{1}{4}}} \xleftarrow[-\frac{1}{4}]{} \frac{3}{2} \xleftarrow[\cdot\frac{9}{4}]{} \frac{2}{3}$$

$L = \left\{1\frac{1}{4}\right\}$

Beim Rechnen mit Dezimalbrüchen können schriftliche Rechenverfahren angewendet werden. Bei der Division durch einen Dezimalbruch muss der Divisor zunächst durch *gleichsinnige Kommaverschiebung* in eine natürliche Zahl überführt werden, z.B.:

0,	2	0	2	5	9	:	0,	0	4	5	=	2	0	2,	5	9	:	4	5	=	4,	5	0	2
												1	8	0										
													2	2	5									
													2	2	5									
															0	9								
																0								
																9	0							
																9	0							
																	0							

Bei Termen, die sowohl gewöhnliche Brüche als auch Dezimalbrüche enthalten, muss entschieden werden, ob mit endlichen Dezimalbrüchen gerechnet werden kann oder besser gewöhnliche Brüche verwendet werden, z.B.:

$$3{,}5 - 3\tfrac{1}{2} : 1{,}4 + 0{,}6 \cdot \frac{2}{3} = 3{,}5 - 3{,}5 : 1{,}4 + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = 3{,}5 - 35 : 14 + \frac{2}{5} = 3{,}5 - \frac{35}{14} + \frac{2}{5}$$

$$= 3{,}5 - \frac{5}{2} + \frac{2}{5} = 3{,}5 - 2{,}5 + 0{,}4 = \underline{\underline{1{,}4}}$$

Prozentbegriff

Flexibler Wechsel und Umwandlung zwischen Prozentschreibweise, Dezimalbruch und gewöhnlichem Bruch, z.B.:

$$\frac{12}{25} = \frac{48}{100} = 48\% = 0{,}48 \qquad 0{,}072 = 7{,}2\% = \frac{7{,}2}{100} = \frac{72}{1000} = \frac{9}{125}$$

$$\frac{7}{30} = \frac{700}{30 \cdot 100} = \frac{\frac{700}{30}}{100} = \frac{700}{30}\% = \frac{70}{3}\% = 23\tfrac{1}{3}\%$$

Grundaufgaben der Prozentrechnung

Der Zusammenhang $\text{Grundwert} \xrightarrow{\cdot \text{Prozentsatz}} \text{Prozentwert}$ (vgl. Grundaufgaben der Bruchrechnung) kann auf die verschiedenen Grundaufgaben auch in Sachzusammenhängen (Textaufgaben) sicher angewendet werden, z.B.:

75 % eines Geldbetrags sind 27 €. Wie groß ist der Geldbetrag?

75 % = 0,75

$$G \xrightarrow{\cdot 0{,}75} 27\,€$$
$$36\,€ \xleftarrow[:0{,}75]{} 27\,€$$

Der Geldbetrag ist 36 €.

Bronze ist eine Legierung aus Kupfer und Zinn. 45 kg Zinn und 105 kg Kupfer wurden zu einer Bronzeglocke verarbeitet. Wie viel Prozent Zinn enthält die Legierung?

Grundwert: G = 45 kg + 105 kg = 150 kg

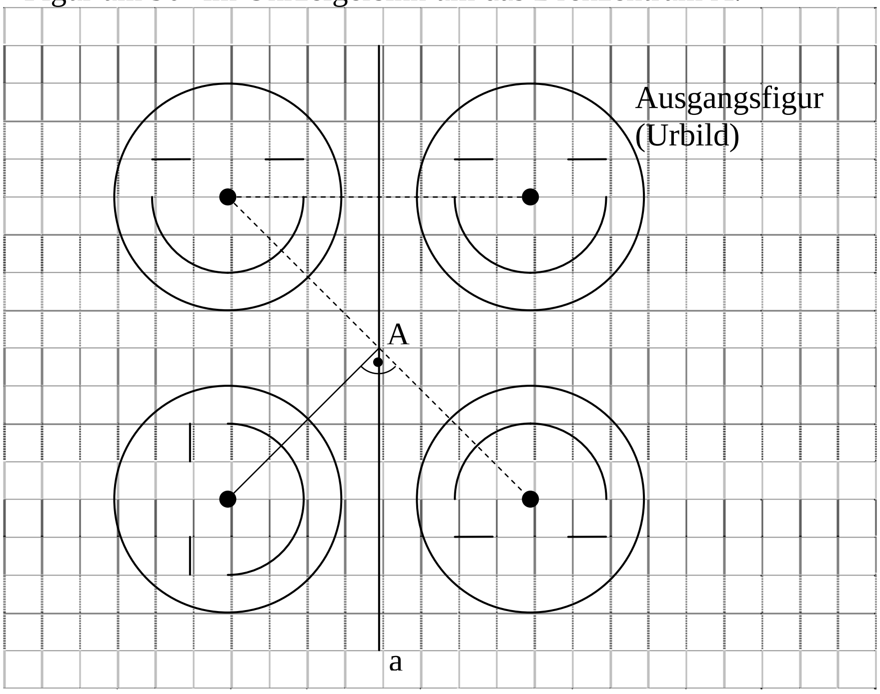
Prozentsatz von Zinn: $p\% = \frac{45\,\text{kg}}{150\,\text{kg}} = 0{,}3 = 30\%$

Die Legierung enthält 30 % Zinn.

Zu 2: **Kongruenzabbildungen und Symmetrien:**

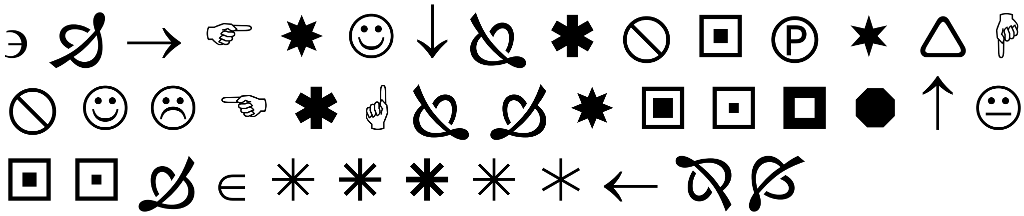
Die Eigenschaften der *Kongruenzabbildungen* (Achsenspiegelung, Punktspiegelung, Parallelverschiebung und Drehung von Figuren) sind bekannt. Bewegungen von Figuren werden mit Hilfe der Konstruktionsvorschriften problemlos ausgeführt, z.B.:

Spiegle die Figur zunächst an der Achse a, führe sodann mit dem Bild am Punkt A eine Punktspiegelung durch. Drehe anschließend die neu entstandene Figur um 90° im Uhrzeigersinn um das Drehzentrum A.

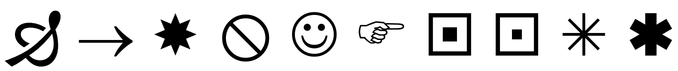


Symmetrien in Figuren werden erkannt, verschiedenartige symmetrische Figuren können selbst erzeugt werden, z.B.:
In verschiedenen symmetrischen Figuren (z.B. folgenden Buchstaben des Alphabets: **A, B, C, D, E, H, I, M, N, O, S, T, U, V, W, X, Y, Z**) werden je nach Art der Symmetrie, Symmetrieachsen, Zentrum der Punktspiegelung bzw. Drehzentrum eingezeichnet.

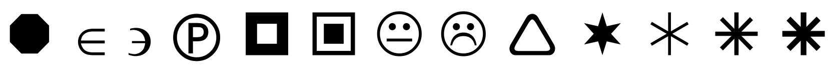
Die *Kongruenz* von Figuren wird als deren Deckungsgleichheit (auch durch *eine* Achsenspiegelung!) verstanden, z.B.:
Kreise kongruente Figuren jeweils mit der gleichen Farbe ein:



Folgende Figuren haben jeweils (evtl. mehrere) kongruente Entsprechungen:



Diese Figuren sind mit keiner anderen deckungsgleich:



Winkel an Geradenkreuzungen, Winkelsummensatz
Die *Begriffe Scheitel-, Neben-, Stufen-* und *Wechselwinkel* und deren Zusammenhänge werden sicher beherrscht, z.B.:
Ein Winkel an einer Geradenkreuzung beträgt 71°. Wie groß sind die anderen Winkel?
Der gegenüberliegende Winkel ist ein Scheitelwinkel zum gegebenen Winkel und beträgt daher ebenfalls 71°. Die beiden anderen Winkel β und δ sind Nebenwinkel zum gegebenen Winkel. Es gilt daher: $\beta + 71° = 180°$ bzw. $\delta + 71° = 180°$. Folglich ist $\beta = \delta = 109°$.

Die *Winkelsummensätze* für Dreiecke und Vierecke sind ins Grundwissen übergegangen, z.B.:
Von einem Viereck ABCD ist folgendes bekannt:
Der Winkel α ist halb so groß wie der Winkel, der ihm gegenüberliegt. Die beiden anderen Winkel sind doppelt bzw. 5 mal so groß wie α. Wie groß ist α?

Es gilt: $\gamma = 2\alpha$ $\beta = 2\alpha$ und $\delta = 5\alpha$ *oder:* $\beta = 5\alpha$ und $\delta = 2\alpha$
In beiden Fällen ergibt sich aufgrund der Winkelsumme im Viereck:
$10\,\alpha = 360°$, also $\alpha = 36°$.

Geometrische Grundkonstruktionen am Dreieck
Die besonderen Linien im Dreieck (*Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende, Seitenhalbierende, Höhen*) und deren Schnittpunkte (*Umkreis-, Inkreismittelpunkt* und *Schwerpunkt*) sind bekannt und können konstruiert werden.
Die Eigenschaften besonderer Dreiecke stehen dauerhaft zur Verfügung, z.B.:

Gegeben ist ein Dreieck ABC für das $a = c$ und $\gamma = 57°$ gilt. Wie groß sind die übrigen Winkel?
Das Dreieck ABC ist gleichschenklig, mit den beiden Basiswinkeln α und γ. Somit gilt: $\alpha = \gamma = 57°$ und $\beta = 180° - 2\cdot 57° = 66°$

Flächeninhalt und Umfang von Dreieck und Viereck
Aufgrund der bekannten Formel für den *Flächeninhalt eines Dreiecks,* wird in Anwendungsaufgaben auch der Flächeninhalt von Vierecken (bzw. Vielecken) (durch *Zerlegungen* bzw. *Ergänzungen)* berechnet, zusätzlich kann auch der Umfang gefragt sein, z.B.:
Die Länge der Diagonalen eines Drachenvierecks beträgt 6 cm bzw. 10 cm. Berechne seinen Flächeninhalt.

Die Längere der beiden Diagonalen teilt das Drachenviereck in zwei kongruente Dreiecke auf, die jeweils die Hälfte der zweiten Diagonale als Höhe besitzen. Da die längere Diagonale jeweils die Grundlinie G der Dreiecke darstellt, ergibt sich der Flächeninhalt wie folgt:
$A = \frac{1}{2}\,G\cdot h + \frac{1}{2}\,G\cdot h = G\cdot h = 10\,\text{cm}\cdot 3\,\text{cm} = 30\,\text{cm}^2$
(*Oder:* Die Diagonalen teilen das Drachenviereck in zwei Paare jeweils kongruenter, rechtwinkliger Dreiecke auf. Jedes Paar ergänzt sich zu einem Rechteck der Breite 3cm. Die Gesamtlänge der beiden Rechtecke entspricht der Länge der größeren Diagonale, nämlich 10 cm. Der Flächeninhalt ist daher $10\,\text{cm}\cdot 3\,\text{cm} = 30\,\text{cm}^2$.)

Zu 3: **Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung**

Die Schüler sind mit den grundlegenden Begriffen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (*Zufallsversuch, Ergebnis, Ereignis, absolute* bzw. *relative Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit, Gewinnchance, Mittelwert*) und der Darstellung im *Diagramm* vertraut, z.B.:

Kerstin macht folgenden Zufallsversuch: Sie bekommt eine kleine Tüte Gummibärchen geschenkt und wertet den Inhalt aus:
In der Tüte befinden sich insgesamt 16 Gummibärchen. Zwei sind weiß, 5 rot, 6 orange, eines ist gelb und die Restlichen sind grün.
Anschließend macht sie die Tüte wieder voll und holt ein beliebiges Bärchen heraus, sie hofft jedoch auf ein weißes oder grünes...
Erläutere anhand dieses Versuchs die Begriffe Ergebnis, Ereignis, absolute bzw. relative Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit und Gewinnchance.

Sieht man zunächst die Auswahl einer bestimmten Tüte als Zufallsexperiment an, so sind die oben genannten Zahlen die absoluten Häufigkeiten. Die absolute Häufigkeit der grünen Gummibärchen lässt sich durch $16 - 2 - 5 - 6 - 1 = 2$ berechnen.
Die relativen Häufigkeiten erhält man indem man die absoluten Häufigkeiten jeweils durch die Gesamtzahl dividiert: 2/16 = 1/8; 5/16; 6/16 = 3/8; 1/16; 1/8;
Durch die fünf Farben ergeben sich die Ergebnisse: „Das Bärchen ist weiß (rot, orange, gelb bzw. grün)“.
Das für Karin interessante Ereignis ist: „Das Gummibärchen ist weiß oder grün“. Es hat die Wahrscheinlichkeit (2 + 2) / 16 = ¼ = 0,25.
(Laplace: *Wahrscheinlichkeit des Ereignisses = Anzahl der zum Ereignis gehörenden Ergebnisse geteilt durch die Anzahl der insgesamt möglichen Ergebnisse des Zufallsexperiments*)
Kerstins Gewinnchance entspricht hier der Wahrscheinlichkeit, mit der sie ein weißes oder grünes Bärchen zieht.
Würde Kerstin zudem z.B. zehn Tüten auf die Anzahl der weißen Bärchen hin untersuchen, so könnte sie auch deren Mittelwert berechnen. Bei insgesamt 17 Bärchen in 10 Tüten ergäbe sich beispielsweise 17/10 = 1,7.

Ereignisse bei ein- bzw. mehrstufigen Zufallsversuchen

Bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen stehen der *Additionssatz* und die *Formel von Laplace* (vgl. vorige Aufgabe!) zur Verfügung.

Nenne 3 Ereignisse, die beim Werfen eines Würfels eintreten können und berechne deren Wahrscheinlichkeit.

E_1: „Die Augenzahl ist gerade“, E_2: „Die Augenzahl ist größer als 4“, E_3: „Es erscheint eine 3“; $p(E_1) = p(\{2;4;6\}) = 3/6 = 1/2$; $p(E_2) = p(\{5;6\}) = 2/6 = 1/3$; $p(E_3) = p(\{3\}) = 1/6$;
(*Alternative:* Addition der Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ergebnisse. $p(E_1) = 1/6 + 1/6 + 1/6 =1/2$; $p(E_2) = 1/6 + 1/6 =1/3$; $p(E_3) = 1/6$;)

Beim *mehrstufigen Zufallsexperiment* kann (evtl. unter Verwendung eines *Wahrscheinlichkeitsbaums*) auf die *Multiplikationsregel* zurück gegriffen werden.

In einer Urne befinden sich drei rote und zwei grüne Kugeln. Nacheinander werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür,
a) zuerst eine grüne und dann eine rote Kugel zu ziehen.
b) zwei gleichfarbige Kugeln zu ziehen.

Zu a) P({G,R}) = 2/5 · 3/4 = 3/10 = 0,3
Zu b) P(„zwei gleichfarbige Kugeln“) = P({G,G}) + P({R,R}) = 2/5 · 1/4 + 3/5 · 2/4 = 1/10 + 3/10 = 4/10 = 2/5 = 0,4

<u>3. Beispiel „FÜHRERSCHEIN für Klasse 7“:</u>

Übungsaufgaben in Testform: Teste dich selbst!

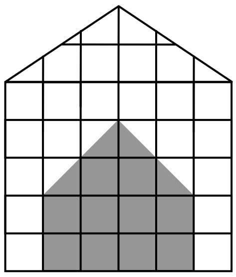


Fig.1

Aufgabe 1
Welcher Anteil der Fläche in Fig. 1 ist gefärbt? Gib als gekürzten Bruch, als Dezimalbruch und in Prozent an.

Aufgabe 2
Berechne:

a) $\frac{5}{7} - \frac{3}{11} + \frac{2}{7} - \frac{7}{33}$ **b)** $4{,}5 : 0{,}03 - 4{,}5 : 0{,}9 + 1{,}5 \cdot 0{,}003$ **c)** $\left(3\frac{1}{2} \cdot 0{,}7 + 4{,}2 \cdot \frac{3}{4}\right) : 1{,}6$

Aufgabe 3
a) Schweinefleisch enthält 18 % Eiweiß. Wie viel Eiweiß ist in 270 g Schweinefleisch enthalten?
b) Herr Günther kauft im Schnäppchenmarkt eine Uhr für 60 % unter dem empfohlenen Ladenpreis. Er bezahlt 24 €. Wie hoch ist der empfohlene Preis?

Aufgabe 4
Fig. 2 zeigt eine Gerade, die zwei Geraden g und h schneidet.
a) Notiere alle anderen Winkelgrößen, wenn $\beta = 100°$ ist.
b) Wie groß muss der Winkel β sein, damit die Geraden g und h parallel zueinander sind?

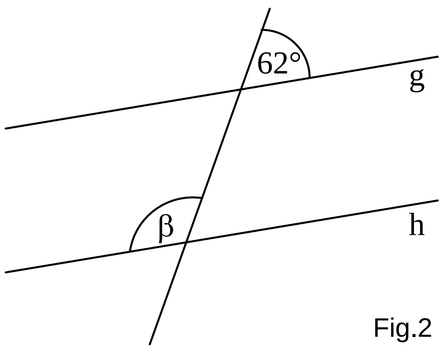


Fig.2

Aufgabe 5
Ein Spielwürfel wird dreimal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dabei keine einzige Sechs gewürfelt wird?

<u>LÖSUNGEN:</u>

Zu 1) Die gefärbte Fläche beträgt $\frac{1}{3} = 0,\overline{3} = 33\frac{1}{3}\%$ der Gesamtfläche.

Zu 2) **a)** $\frac{17}{33}$ **b)** $145,0045$ **c)** $3\frac{1}{2} = 3,5$

Zu 3) **a)** 270 g Schweinefleisch enthalten 48,6 g Eiweiß.
b) Der empfohlene Ladenpreis beträgt 60 €.

Zu 4) **a)**

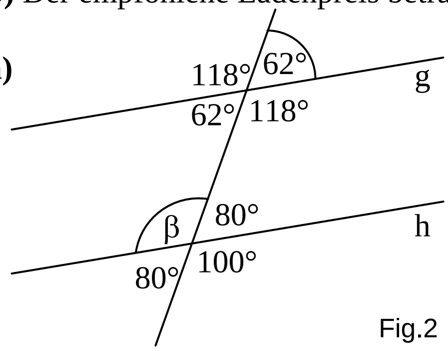


Fig.2

b) β = 118°

Zu 5) $P = \frac{125}{216}$

<u>4. Übungsmaterial:</u>

<u>(1) Übungsaufgaben zur Bruchrechnung und Prozentrechnung</u>

Aufgabe 1:

a) Mache die Brüche gleichnamig:

(1) $\frac{4}{5}$ und $\frac{7}{35}$

(2) $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{4}$ und $\frac{3}{15}$

b) Mit welcher Zahl wurde erweitert?

$\frac{12}{13} = \frac{84}{91}$

c) Kürze bis zur Grunddarstellung:

(1) $\frac{120}{66}$

(2) $\frac{375}{500}$

d) Vergleiche folgende Brüche.

(1) $\frac{15}{30}$ $\frac{7}{13}$

(2) $\frac{55}{20}$ $3\frac{1}{9}$

Aufgabe 2: Berechne x mit Hilfe eines Pfeilbildes:

a) $96\,\text{ha} \xrightarrow{\text{davon } \frac{5}{8}} x$ **b)** $\frac{7}{5}$ von $x = 350\,\text{kg}$ **c)** $x = 14$ von 49

d) $x = \frac{4}{7}$ von $1\,\text{Woche}$ **e)** $x \xrightarrow{\cdot\frac{4}{5}} 32\,\text{l}$ **f)** $x = 375\,\text{g}$ von $\frac{1}{2}\,\text{kg}$

Aufgabe 3: Berechne und kürze so weit wie möglich. Forme wenn möglich in die gemischte Schreibweise um. Beachte auch die Einheiten.

a) $\frac{13}{16}+\frac{3}{15}+\frac{20}{25}$ **b)** $\frac{1}{8}+\left(\frac{1}{9}+\frac{875}{1000}\right)+\frac{8}{9}$ **c)** $4\frac{1}{3}+3\frac{1}{2}+7\frac{1}{7}$

d) $108\cdot\frac{7}{48}$ **e)** $3\frac{3}{5}:6$ **f)** $\frac{49}{50}:\frac{7}{20}$

g) $2\frac{1}{4}\cdot 5\frac{2}{3}$ **h)** $3\frac{1}{4}\text{h}:\frac{2}{5}$ **i)** $7\frac{1}{5}\text{km}:60\text{m}$

j) $\frac{56}{65}\cdot\frac{5}{7}\cdot 12\cdot\frac{13}{16}$ **k)** $2\frac{3}{4}:2+\frac{5}{8}$ **l)** $\dfrac{\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{6}-\frac{1}{10}}{3\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}$

Aufgabe 4: Berechne:

a) $18{,}5\cdot 0{,}448$ **b)** $160{,}47-0{,}47\cdot 5$ **c)** $156{,}96:0{,}24$

d) $\left(\frac{7}{16}\cdot 0{,}4\right):0{,}125$ **e)** $\left(3\frac{1}{2}\cdot 0{,}7+4{,}2:\frac{3}{4}\right):1{,}61$ **f)** $\frac{3}{8}\cdot(1{,}23-0{,}91)+\frac{5}{3}$

Aufgabe 5: Bestimme die Lösungsmenge:

a) $\frac{x}{5}=2$ **b)** $\frac{2}{5}+b=\frac{7}{15}$ **c)** $\frac{1}{2}\cdot y-1\frac{1}{2}=2\frac{1}{2}$ **d)** $0{,}5-a=\frac{2}{3}$

Aufgabe 6:

a) Gib die Anteile in Prozent an:

(1) $\frac{28}{50}$ **(2)** $\frac{7}{8}$ **(3)** $\frac{1}{9}$ **(4)** $\frac{46}{500}$

b) Schreibe als Bruch (in der Grunddarstellung):

(1) 12,5 % **(2)** 3 % **(3)** 28 % **(4)** 3,25 %

Aufgabe 7: Ergänze die Tabelle. Rechne im Kopf.

Grundwert G		270 cm²		7 €	540 €
Prozentwert P	57 kg		2,5 g	49 ct	
Prozentsatz p%	3 %	$33\frac{1}{3}$ %	1,25 %		2 %

Aufgabe 8:

a) Der Preis einer Stereoanlage beträgt ohne Mehrwertsteuer (MWSt.) 780 €. Berechne den Preis inklusive 19 % Mehrwertsteuer.

b) Ein Preis ist auf $\frac{2}{3}$ gesunken. Um wie viel Prozent wurde der Preis verringert?

c) Ein Schrank kostet 800 €. Der Preis wurde zunächst um 20 % erhöht. Später wurde der neue Preis wieder um 15 % gesenkt. Berechne den Endpreis.

Lösungen:

Zu 1) **a)** (1) $\frac{28}{35}$ und $\frac{7}{35}$ (2) $\frac{10}{60}$; $\frac{105}{60}$ und $\frac{12}{60}$

b) Mit 7 wurde erweitert.

c) (1) $\frac{20}{11} = 1\frac{9}{11}$ (2) $\frac{3}{4}$

d) (1) $\frac{15}{30} < \frac{7}{13}$ (2) $\frac{55}{20} < 3\frac{1}{9}$

Zu 2) **a)** 60 ha **b)** 250 kg **c)** $\frac{2}{7}$ **d)** 4 d (Tage) **e)** 40 l

f) $\frac{3}{4}$

Zu 3) **a)** $1\frac{13}{16}$ **b)** 2 **c)** $14\frac{41}{42}$ **d)** $15\frac{3}{4}$ **e)** $\frac{3}{5}$ **f)** $2\frac{4}{5}$

g) $12\frac{3}{4}$ **h)** $8\frac{1}{8}\text{h}$ **i)** 120 **j)** 6 **k)** 2 **l)** $\frac{2}{25}$

Zu 4) **a)** 8,288 **b)** 158,12 **c)** 654 **d)** $1{,}4 = 1\frac{2}{5}$ **e)** 5 **f)** $1\frac{59}{75}$

Zu 5) **a)** $L = \{10\}$ **b)** $L = \left\{\frac{1}{15}\right\}$ **c)** $L = \{8\}$ **d)** $L = \{\ \}$

(keine Lösung in der Menge der Bruchzahlen)

Zu 6) **a)** (1) 56 % (2) 87,5 % (3) $11\frac{1}{9}\%$ (4) 9,2 %

b) (1) $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{3}{100}$ (3) $\frac{7}{25}$ (4) $\frac{13}{400}$

Zu 7)

Grundwert G	**1900 kg**	270 cm²	**200 g**	7 €	540 €
Prozentwert P	57 kg	**90 cm²**	2,5 g	49 ct	**10,80 €**
Prozentsatz p%	3 %	$33\frac{1}{3}\%$	1,25 %	**7 %**	2 %

Zu 8)

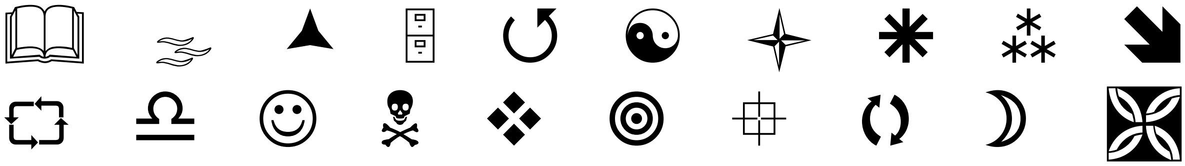
a) Der Preis inklusive MWSt. beträgt 928,20 €.

b) Der Preis wurde um $33\frac{1}{3}\%$ verringert.

c) Der Endpreis beträgt 816 €.

(2) Übungsaufgaben zur Geometrie

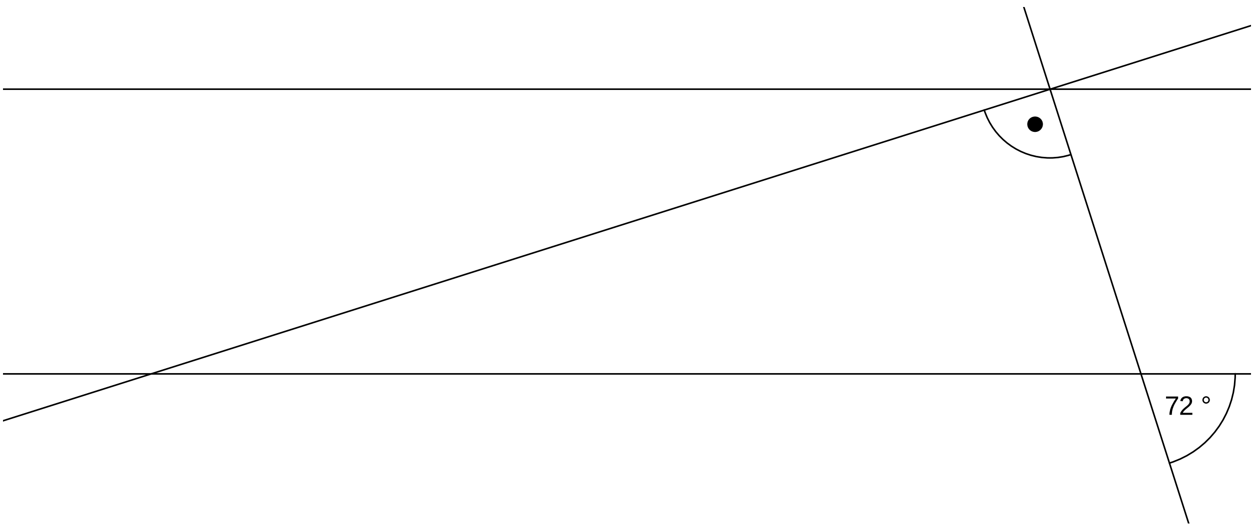
Aufgabe 1
Liegt eine Symmetrie vor? Wenn ja, welche?



Aufgabe 2
Gegeben sind die drei Punkte A, B, C, die nicht auf einer Gerade liegen. Eine Figur F wird an der Gerade AB gespiegelt. Das so entstandene Bild F´ wird nochmals an der Gerade AC gespiegelt, sodass die neue Bildfigur F´´ entsteht. Erläutere welcher Kongruenzabbildung dies entspricht. Welcher Unterschied hätte sich ergeben, wenn die zweite Achsenspiegelung an einer zu AB parallelen Achse CD vorgenommen worden wäre?

Aufgabe 3
Gegeben sei ein Parallelogramm, das einen Innenwinkel von 27° besitzt. Berechne die übrigen Innenwinkel!

Aufgabe 4
Notiere die Größen aller fehlenden Winkel im Bild:



Aufgabe 5
Zeichne ein gleichseitiges Dreieck ABC mit der Seitenlänge 6 cm. Die Seitenhalbierende s_a teilt das Dreieck in die beiden Teildreiecke ASC und ABS auf. Zeichne s_a ! Gib die Seitenlängen von ASC (eine Länge wird durch Messung gewonnen!) und alle Innenwinkel an! Welchen Flächeninhalt haben die Dreiecke ASC und ABC?

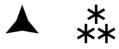
Aufgabe 6
Das Dreieck ABC hat bei C einen rechten Winkel, außerdem ist α doppelt so groß wie β. Gib die Größe aller Winkel an!

Aufgabe 7
Ein rechtwinkliges Dreieck hat einen Umfang von 12 cm. Die kürzeste Seite ist 3 cm, die längste Seite ist 5 cm lang. Wie groß ist der Flächeninhalt?

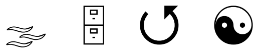
<u>Lösungen:</u>

Zu 1) Folgende Figuren sind nur achsensymmetrisch: 

Punktsymmetrische Figuren sind:  (Sie sind daher auch drehsymmetrisch!)

Diese Figuren sind achsen- und drehsymmetrisch (120°): 

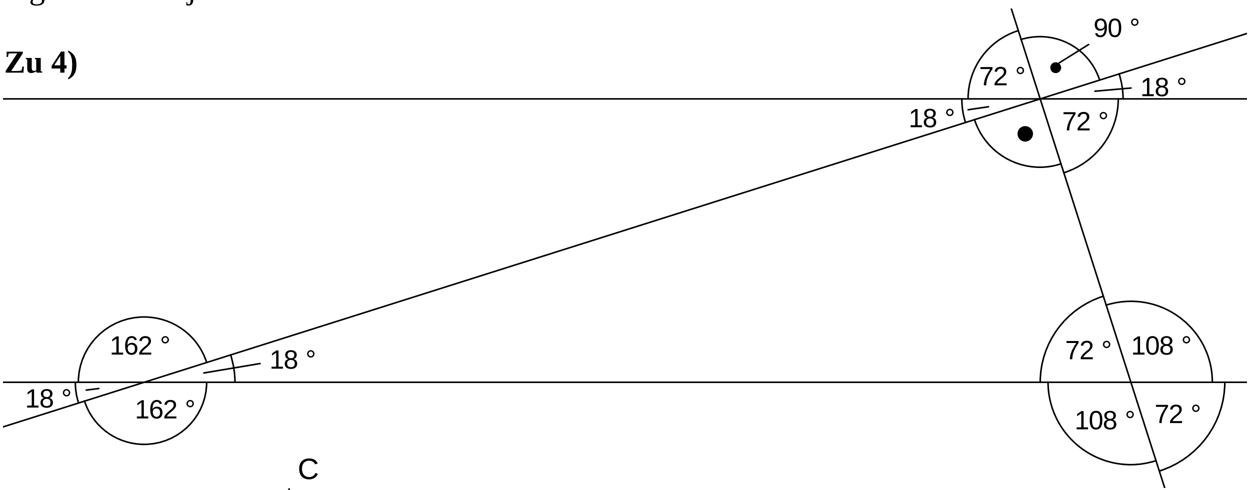
Diese Figuren sind achsen-, punkt- und drehsymmetrisch: 

Hier liegt keine Symmetrie vor: 

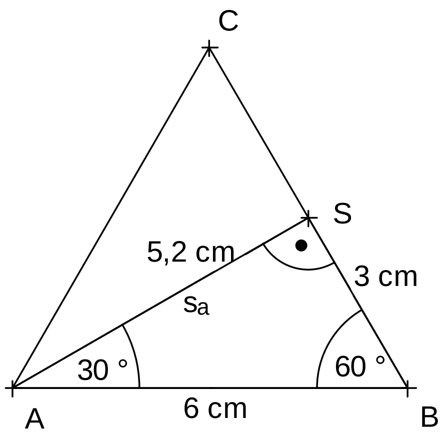
Zu 2) Da die drei Punkte nicht auf einer Gerade liegen, handelt es sich bei den Achsenspiegelungen an AB und AC um zwei Achsenspiegelungen an sich schneidenden Geraden. Folglich entspricht dies einer Drehung um A.
Im zweiten Fall hat man eine Achsenspiegelung an zwei zueinander parallelen Geraden, was einer Verschiebung entspricht.

Zu 3) Der gegenüberliegende Winkel ist folglich auch 27°. Die beiden benachbarten Winkel ergänzen sich jeweils mit dem 27°-Winkel zu 180°. Jeder von ihnen ist daher 153°.

Zu 4)



Zu 5)



<u>Flächeninhalte:</u>

Die beiden Dreiecke sind kongruent.
A = ½ · Grundlinie · Höhe , da die Dreiecke rechtwinklig sind, gilt
$A = \frac{1}{2} \cdot 3\text{ cm} \cdot 5{,}2\text{cm} = 7{,}8\text{ cm}^2$

Zu 6) Geg: $\gamma = 90°$; $\alpha = 2\beta$;
Wegen der Winkelsumme im Dreieck ($\alpha + \beta + \gamma = 180°$) ergibt sich: $\alpha + \beta = 90°$;
hier also: $3\beta = 90° \Rightarrow \beta = 30°$ und $\alpha = 60°$!

Zu 7) Geg: Umfang: u = 12 cm; zwei Seitenlängen: 3 cm und 5 cm.
Ges: dritte Seitenlänge: x und Flächeninhalt A!
Wegen x + 3 cm + 5 cm = 12 cm folgt x = 4 cm und A = ½ · Grundlinie · Höhe
Hier also: $A = \frac{1}{2} \cdot 3\text{ cm} \cdot 4\text{cm} = 6\text{ cm}^2$

(3) Übungsaufgaben zur Stochastik

Aufgabe 1
Man unterscheidet vier Blutgruppen: A, B, AB und 0. Von einer Reihenuntersuchung von 1200 Patienten wurde berichtet, dass 44% Blutgruppe A, 13% Blutgruppe B und 5% Blutgruppe AB haben.

a) Mit welcher relativen Häufigkeit hatten Patienten die Blutgruppe 0?
b) Berechne für diese Untersuchung die absolute Häufigkeit der einzelnen Blutgruppen.

Aufgabe 2
Eine 1 Cent Münze und eine 2 Cent Münze werden gleichzeitig geworfen. Gib die vier Ergebnisse an, die auftreten können. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Münzen Zahl zeigen und die Wahrscheinlichkeit dafür, dass einmal Wappen und einmal Zahl zu sehen ist.

Aufgabe 3
Im Durchschnitt ist jedes vierte Auto, das an der Tankstelle SPURTI tankt, silberfarben. Nur 10% der Autos sind grün, 20% sind blau. Nur jedes 20. Auto ist gelb. Wie viel Prozent der Autos sind weder silberfarben, grün, blau, noch gelb? Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Auto, das die Tankstelle anfährt, grün oder blau? Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein solches Auto nicht gelb?

Aufgabe 4
Ein Skatblatt hat 32 Karten, dabei haben je 4 Karten den gleichen Wert (Es gibt also je vier 7er, 8er, 9er, 10er, Buben, Damen, Könige und Asse. Dabei sind die Buben, Damen und Könige in Bildern dargestellt). Es soll nun eine beliebige Karte aus dem Stapel gezogen werden.
a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man eine 7 zieht?
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit handelt es sich um eine Bildkarte?
c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, keine Dame zu ziehen?

Lösungen:

Zu 1)
zu a) Wegen 44% + 13% + 5% = 62% müssen also 100% – 62% = 38% Blutgruppe 0 besessen haben, d.h. die relative Häufigkeit für Blutgruppe 0 lag bei 38%.
Zu b) Die relativen Häufigkeiten müssen mit der Gesamtzahl der Patienten multipliziert werden: Absolute Häufigkeit für: A: 528 B: 156 AB: 60 0: 456

Zu 2) Ergebnisse: {W,W}; {W;Z}; {Z;W}; {Z;Z}
P(„beide Münzen zeigen Zahl“) = P({Z,Z}) = ¼
P(„einmal Wappen und einmal Zahl“) = P({W,Z}) + P({Z,W}) = ¼ + ¼ = ½

Zu 3) Durchschnittswerte: silberfarben: 25% grün: 10% blau: 20% gelb: 5%
⇒ Sonstige: 40% P(„das Auto ist grün oder blau“) = 10% + 20% = 30% = 0,3
P(„das Auto ist nicht gelb“) = 100% – 5% = 95% = 0,95

Zu 4) a) $\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$ b) $\frac{12}{32} = \frac{3}{8}$ c) $\frac{28}{32} = \frac{7}{8}$